La métromachie ou la bataille géométrique / Michel Boutin et Pierre Parlebas

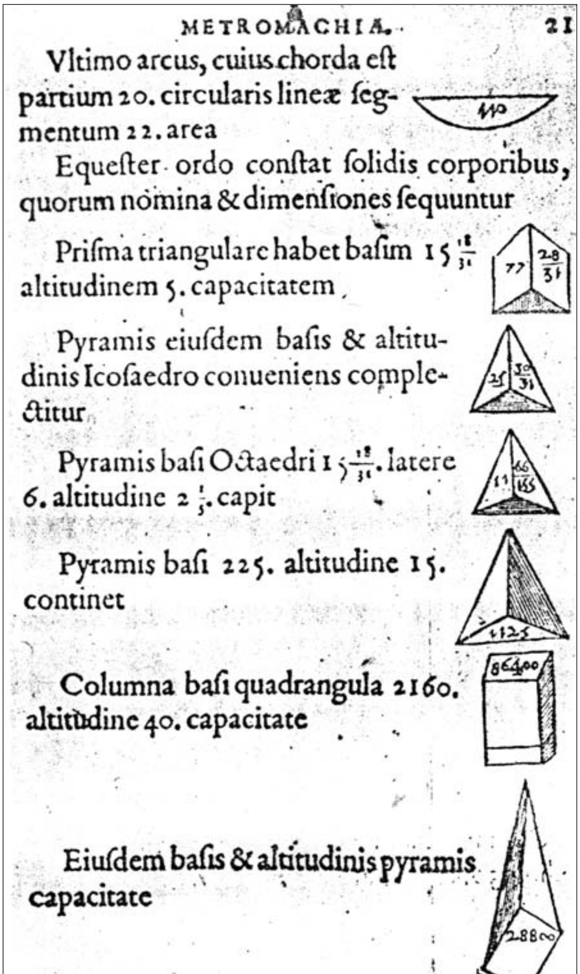
1. Le jeu et son auteur

La métromachie est un jeu de simulation militaire sur tablier, très peu connu, qui, semble-t-il, n'a jamais été étudié et dont le texte original écrit en latin n'avait pas encore été traduit. Publié à Londres en 1578, ce jeu a été inventé par un enseignant de l'université de Cambridge: William Fulke. Né à Londres en 1538, cet auteur a étudié de nombreuses disciplines telles les mathématiques et la théologie, et s'est intéressé à l'astronomie. Faisant preuve d'une grande effervescence pluridisciplinaire, W. Fulke est l'auteur de plusieurs dizaines de publications dont trois traitent de jeux de pions.

Le premier de ces trois textes présente en 1563 la rithmomachie, jeu de pions fondé sur les nombres, pratiqué du XIe au XVIe siècle par les classes sociales instruites. En réalité, cet écrit fut publié à l'insu de son véritable auteur: Rafe Lever, enseignant contemporain de W. Fulke. Cette publication témoigne de l'intérêt précoce de W. Fulke à l'égard des jeux et de leur rapport aux mathématiques.

Le deuxième texte, édité à Londres en 1571, se réfère explicitement à l'astrologie et oppose deux joueurs sur un tablier représentant les douze signes du zodiaque. Créé par W. Fulke, ce jeu dénommé "uranomachie", met en scène des pièces qui simulent les astres principaux: Soleil, Terre, Lune, Mars, etc.

Le troisième texte enfin, expose un autre jeu inventé par W. Fulke, la "métromachie", publié en latin à Londres en 1578. Ce texte de 51 pages (Fig. 1) a été traduit en français à la fin de cet article; pour des


METROMACHIA. 21

Vltimo arcus, cuius chorda eſt partium 20. circularis lineæ ſegmentum 22. area

Equeſter ordo conſtat ſolidis corporibus, quorum nomina & dimenſiones ſequuntur

Priſma triangulare habet baſim 15 $\frac{18}{31}$ altitudinem 5. capacitatem

Pyramis eiuſdem baſis & altitudinis Icoſaedro conueniens complectitur

Pyramis baſi Octaedri 15 $\frac{18}{31}$. latere 6. altitudine 2 $\frac{1}{5}$. capit

Pyramis baſi 225. altitudine 15. continet

Columna baſi quadrangula 2160. altitudine 40. capacitate

Eiuſdem baſis & altitudinis pyramis capacitate

Figure 1: Reproduction de la page 21 du livre de William Fulke.

raisons d'encombrement, nous avons supprimé la préface (5 pages) et remplacé la description des pièces et de leur position sur le tablier (11 pages) par une schématisation sous forme de tableaux (Fig. 2 et 3). La métromachie ne semble pas avoir eu beaucoup d'adeptes; cependant, on peut noter la présence d'exemplaires de ce texte dans plusieurs bibliothèques européennes: Londres, Oxford, Vienne, Munich (Zollinger 1996).

a - LES FANTASSINS

Nom	Symbole	Côté c	Hauteur h	Périmètre p	Surface S
Triangles					
Acutangle Equilatéral	Taé	12		36	[3888]
Acutangle Isocèle	Tai	12	12		72
Acutangle Scalène	Tas	14	8		56
Obtusangle Isocèle	Toi	32-20-20	12		192
Obtusangle Scalène	Tos	21	8		84
Rectangle Isocèle	Tri	8	8		32
Rectangle Scalène	Trs	14	7		49
Quadrilatères					
Carré	Ca	15		60	225
Rectangle	Re	60	36		2160
Losange	Lo	10	9	40	90
Parallélogramme	Pa	10	7		70
Polygones					
Pentagone	P5	4 2/3			38
Hexagone	P6	16	14	84	672
Heptagone	P7	12	9		378
Octogone	P8	10	12	80	480
Icosagone	P20	6	19	120	1140
Lignes courbes					
Cercle	Ce	Diam : 42		132	1386
Ovale	Ov	20 arc 22		44	220
Demi-Cercle	Dc	Diam : 14			77
Segment	Sg	20 arc 22			110

Figure 2: Les pièces: 20 fantassins.

2. La logique interne du jeu

La métromachie est un jeu de pions qui simule l'affrontement de deux armées, chacune cherchant à mettre l'autre hors de combat. Il se déroule sur un tablier comportant 33 x 52 = 1716 cases. Les membres d'une armée étant étroitement solidaires, chacune des deux "équipes" peut être considérée comme un super-joueur au sens de la théorie des jeux. Cet affrontement se présente alors comme un "duel", c'est-à-dire comme un "jeu à deux joueurs et à somme nulle" selon la formule de von Neumann.

Ce jeu qui se déroule selon des coups successifs, bien séparés, est dit "discontinu" ou "discret". Certains jeux de cette catégorie sont dits "simultanés", ce qui signifie que les adversaires prennent leurs décisions en même temps, lors du même coup (Diplomacy,

b - LES CAVALIERS

Nom	Symbole	Base	Hauteur	Volume
		S	h	V
Les triangles pour origine				
Prisme du triangle	PR-T	15 18/31	5	77 28/31
Pyramide de l'icosaèdre	PY-I	15 18/31	5	25 30/31
Pyramide de l'octaèdre	PY-O	15 18/31	2 1/5	11 66/155
Les quadrilatères pour origine				
Pyramide du carré	PY-C	225	15	1125
Colonne du rectangle	CO-R	2160	40	86400
Pyramide du rectangle	PY-R	2160	40	28800
Prisme du losange	PR-L	90	10	900
Pyramide du losange	PY-L	90	10	300
Colonne du losange	CO-L	90	60	5400
Prisme du parallélo.	PR-P	70	21	1470
Pyramide du parallélo.	PY-P	70	21	490
Colonne du parallélo.	CO-P	70	36	2520
Les polygones pour origine				
Colonne du pentagone	CO-5	38	5	190
Pyramide du pentagone	PY-5	38	5	63 1/3
Colonne de l'hexagone	CO-6	672	48	32256
Pyramide de l'hexagone	PY-6	672	48	10752
Colone de l'heptagone	CO-7	378	42	15876
Pyramide de l'heptagone	PY-7	378	42	5292
Colonne de l'octogone	CO-8	480	36	17280
Pyramide de l'octogone	PY-8	480	36	5760
Colonne de l'icosagone	CO-20	1140	60	68400
Pyramide de l'icosagone	PY-20	1140	60	22800
Les lignes courbes pour origine				
Cylindre	CYL	1386	48	66258
Cône	CON	1386	48	22176
Double Cône	DCO			44352
Ovaloïde de révolution	OVR			88704

c - LES CHEFS ET LE GENERAL

Nom	Symbole	Côté	Volume
Les chefs			
Tétraèdre	T	12	203 1103/2335
Hexaèdre	H	15	3375
Octaèdre	O	6	91 63/155
Dodécaèdre	D	4 2/3	760
Icosaèdre	I	6	519 11/31
Le général			
Sphère	S	Diam : 42	38808

Figure 2 (suite): Les pièces. 26 cavaliers, 5 chefs et 1 général.

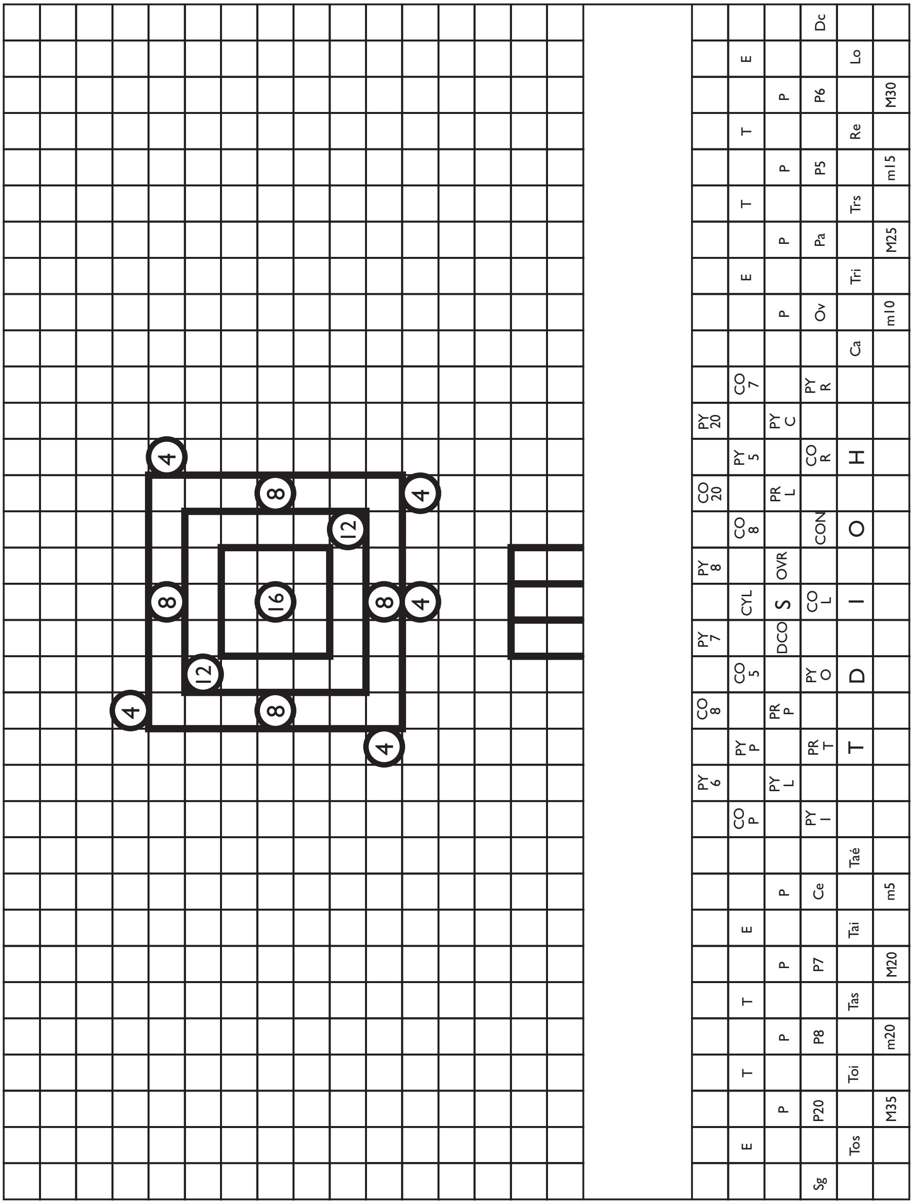


Figure 3: Le camp de l'un des deux joueurs et la position de toutes ses pièces. Dans son ouvrage, W. Fulke n'utilise pas de symboles pour les pièces qu'il représente par des dessins approximatifs.

- 60 pièces mobiles autonomes dont 52 soldats et 8 bombardes.
- 16 pièces transportables dont 4 tonneaux (T), 4 échelles (E) et 8 poutres (P).
- 12 pièces fixes et destructibles dont 11 tours et 1 donjon (notées de 4 à 16).

Le Cavalier noir...); les autres, dits “alternés”, dont la métromachie fait partie, imposent aux joueurs de prendre leurs décisions à tour de rôle et ils sont nettement les plus nombreux (dames, ludo, mancala, etc.).

Ce duel est caractérisé par sa symétrie. Les deux armées, situées en face-à-face en début de partie, possèdent rigoureusement le même nombre d’individus respectivement situés en des positions identiques. Chaque armée est constituée de 52 soldats, chacun de ceux-ci possédant un statut différent de celui de tous les autres: on observe par exemple 20 fantassins dont les pouvoirs de prise sont propres à chacun d’eux, 26 cavaliers et six officiers ayant tous leurs attributs spécifiques. On est là en présence d’un cas exceptionnel de différenciation des statuts et des rôles ludiques poussée à l’extrême, jamais observée dans les autres jeux sinon dans quelques rares exemples comme à la rithmomachie. A la métromachie, le cas est vraiment limite dans la mesure où chacune des 52 pièces est unique et se retrouve rigoureusement à l’identique dans les deux armées (ce qui n’est plus le cas dans la rithmomachie dont les rôles ne sont pas symétriques d’une équipe à l’autre).

Tout membre d’une armée a le pouvoir, éventuellement en s’associant avec un partenaire, d’abattre n’importe quel autre adversaire, quel que soit son statut. Les pièces se déplacent de façon variable (glissement ou saut, direction et nombre de cases) en fonction de leur statut. Les types de prises sont également variables selon les pièces et opposent, à vrai dire, de sérieuses difficultés à qui veut maîtriser les mécanismes du jeu. Certaines prises sont l’aboutissement d’un calcul portant sur les attributs respectifs des attaquants et des attaqués, combinés avec la distance qui les sépare (des exemples seront donnés dans le chapitre suivant). Les pièces détruites sont retirées du tablier.

L’une des originalités de ce jeu est d’attribuer à chaque armée des pièces mobiles non autonomes, déplaçables et utilisables par les soldats: huit poutres, quatre échelles et quatre tonneaux par armée. En outre, chacune des deux formations dispose de huit bombardes mobiles et autonomes réparties en deux groupes: celui des quatre bombardes à tir “tendu” et celui des quatre bombardes à tir “retombé”, sachant que chacune d’elles est unique, et possède ses caractéristiques propres.

Sur le plan territorial, à l’une des extrémités du tablier correspondant à son camp, chaque armée dispose d’un château fort dont le donjon, enjeu de la partie, est protégé par onze tours. Les bombardes peuvent abattre ces douze ouvrages qui, après destruction, seront retirés du tablier. Un fossé, situé entre les défenseurs et les fortifications, assure une protection supplémentaire de la citadelle en barrant la route à l’adversaire; ce fossé pourra être franchi par les assaillants à l’aide des poutres.

La métromachie apparaît comme un jeu qui a mis en pratique la propriété de symétrie sous de très nombreux aspects, tant sur le plan des effectifs, des statuts et des rôles ludiques, que sur celui des objets et de l’espace. Cette symétrie omniprésente confère à ce jeu une caractéristique de rencontre sociale très marquée: une parfaite égalité des chances pour les deux équipes affrontées.

Ce jeu se termine par la victoire du camp qui, grâce à sa progression territoriale, a réussi à occuper le donjon ennemi ou qui a affamé l’armée adverse en détruisant ses approvisionnements (les tonneaux de nourriture). Il s’agit donc théoriquement d’un jeu “fini”, dans la mesure où une borne d’arrêt est prévue; cependant, les péripéties de la confrontation sont si complexes que l’on peut envisager des rebondissements multiples et des prolongations temporelles quasi interminables. La métromachie est donc un jeu au score-limite, c'est-à-dire un jeu dont le résultat n'est pas obtenu à la fin d'une durée prédéterminée mais par l'atteinte d'un objectif traduit par un score précis.

Ce duel est à information complète, particularité que l'on retrouve dans de nombreux autres jeux de pions (rithmomachie, échecs, go, etc.) mais pas dans tous (bataille navale, Attaque, etc). Autrement dit, chacun des joueurs est totalement informé de tous les comportements de son adversaire au moment même où il les accomplit, et peut donc alors se situer sans ambiguïté dans le développement de l'arbre du jeu.

La métromachie ne donne aucun pouvoir à un quelconque générateur de hasard, tel un dé par exemple. Jeu de réflexion donc, jeu de "pure raison" ainsi que l'écrivait Leibniz. Nous sommes devant un jeu où dominent le calcul et la stratégie, hors tout hasard.

3. Les mathématiques: le moteur du jeu

La métromachie présente l'originalité d'être en partie fondée sur des notions mathématiques: d'une part la hiérarchie militaire des pièces est liée à la géométrie et d'autre part, un grand nombre de prises se réalise en appliquant certains calculs.

La forme géométrique et les dimensions des pièces

Les 52 soldats sont physiquement représentés par des formes et des volumes qui symbolisent leur grade et leur fonction (leur statut et leur rôle dans le jeu): des figures planes pour les 20 fantassins, des volumes pour les 26 cavaliers, les cinq polyèdres réguliers de Platon pour les officiers et la sphère pour le général (Fig. 2). C'est cette forme géométrique et ses caractéristiques de dimensions qui, pour chaque pièce, détermineront en partie les possibilités de déplacement et de prise.

Au sommet de l'armée, se dresse le général représenté par la sphère, figure la plus noble. Les officiers prennent la forme des cinq solides de Platon, polyèdres symbolisant l'harmonie de l'univers aux yeux des mathématiciens de l'Antiquité auxquels se réfère W. Fulke.

Hiérarchiser les rapports humains dans un groupe social en s'appuyant sur la géométrie est une idée amusante, qui a également été utilisée par le pasteur anglican Edwin A. Abbott, en 1884, dans un roman intitulé *Flatland.* Cet ouvrage raconte les aventures d'un mathématicien, A. Square, résidant à Flatland, pays à deux dimensions où certains habitants (les lignes droites) sont en bas de la hiérarchie et d'autres (les polygones) aux places supérieures (en fonction du nombre de côtés des polygones correspondants).

Le calcul dans la prise des pièces

Une grande partie du fonctionnement du jeu est fondée sur le calcul. La majorité des prises ne sont réalisables qu'en respectant des règles nécessitant des calculs parfois simples, parfois plus exigeants: la vraie difficulté du jeu ne sera pas dans le calcul lui-même mais dans l'identification des conditions de jeu qui invitent à l'effectuer.

La prise des pièces-volumes (cavaliers et officiers) requiert l'intervention de deux attaquants adverses pour être menée à bien, et il y faut une relation d'égalité contrai-

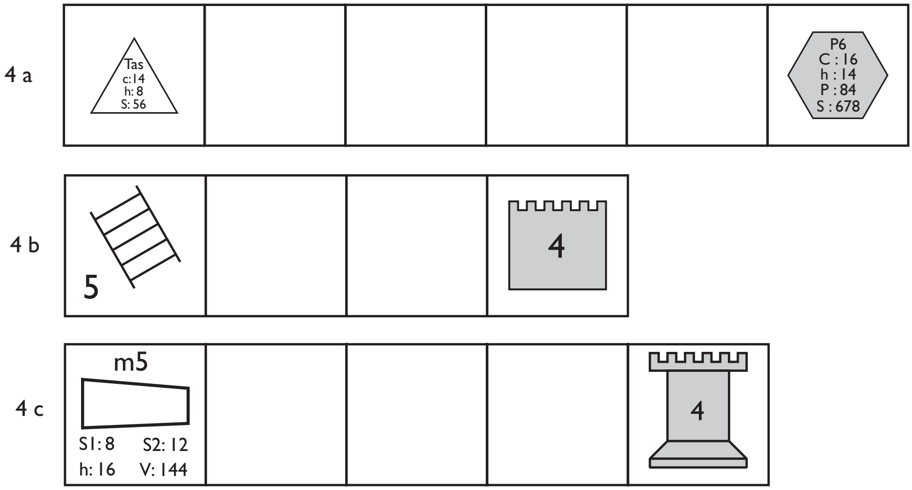


Figure 4: Exemples de prises
4a : L'hexagone (P6) peut prendre le triangle (Tas). En effet, le nombre 14 est une caractéristique de la pièce (P6), et elle est séparée de 4 cases du triangle (Tas) dont la surface est égale à 56. La prise est possible car on peut écrire : 14 x 4 = 56.
4b : L'échelle de longueur égale à 5 peut permettre à l'assaillant de franchir la muraille de hauteur égale à 4 car le pied de l'échelle est à 3 cases de la tour (le théorème de Pythagore peut être appliqué : $5^2 = 4^2 + 3^2$).
4c : La bombarde de première catégorie (m5) peut attaquer la tour de hauteur égale à 4, car 3 cases séparent ces deux pièces. En effet, l'égalité de Pythagore est respectée : $5^2 = 4^2 + 3^2$.

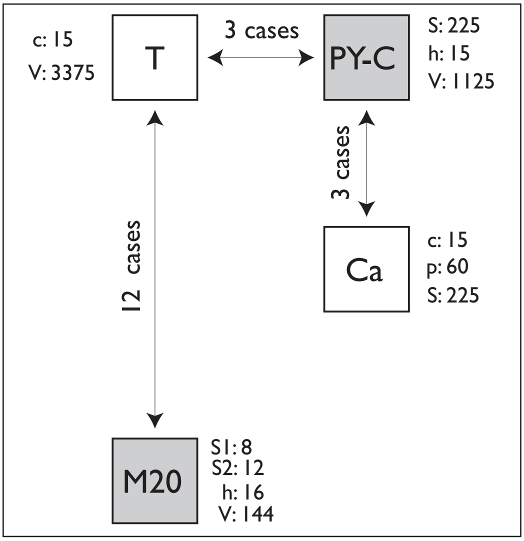


Figure 5: Exemple de combinaisons de prises
La Pyramide à base carrée (PY-C) peut être capturée et retirée du tablier car elle est en position de prise par deux pièces adverses: le Tétraèdre (T) et le Carré (Ca). En effet, le volume de la Pyramide (V = 1125) est égal au calcul suivant:
Volume (PY-C) = [Côté (T) x Surface (Ca)] / 3 cases.
On a: (225 x 15)/3 = 1125.
Par ailleurs, la bombarde (M20) peut détruire le Tétraèdre adverse situé à 12 cases (voir figure 7).

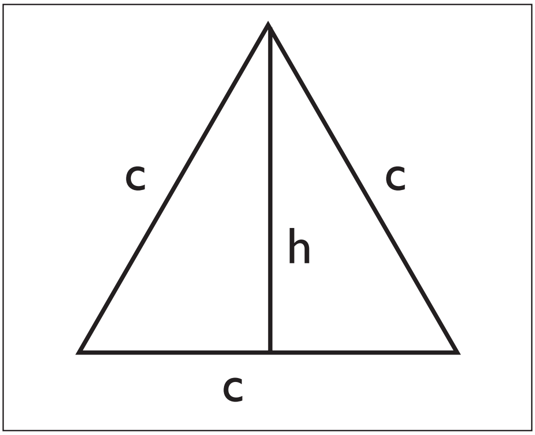


Figure 6: Le triangle équilatéral
• Côté: c = 12,
• Hauteur: $h = (12^2 - 6^2)^{1/2} = 108^{1/2}$
• Mesure de la surface: $S = 1/2 (c \times h) = (3888)^{1/2}$
• Le carré de la mesure de la surface: $(S)^2 = 3888$

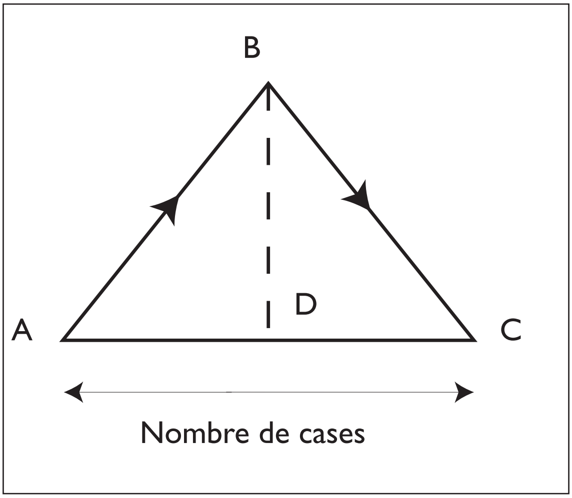


Figure 7: Les bombardes de seconde catégorie (notées M20, M25, M30 et M35)
Toutes les bombardes (quatre dans chacune des deux catégories) ont la même forme et le même volume; leur angle de tir est donc identique. Cependant, les projectiles des bombardes de seconde catégorie atteignent leur cible par tir “retombé”, leur trajectoire étant assimilée à l’enchaînement des deux côtés égaux d’un triangle isocèle: AB puis BC (le point C est la cible).
Par exemple, le projectile de la bombarde M20 (placée en A) passe par le point B dont la projection au sol est à 6 cases de A: AD = 6. En effet, une bombarde m10 atteint sa cible (une tour de hauteur 8) par tir “tendu” à 6 cases, ainsi que l’indique la règle du jeu. Comme AC = 2 x AD, le projectile arrive sur la cible C à 12 cases. Toutes les bombardes respectent le scénario correspondant à leur catégorie.

gnante, sollicitant les grandeurs des trois pièces en cause et le nombre de cases qui séparent celles-ci. La prise des pièces planes (fantassins) peut être assurée par une seule pièce adverse, à condition que soit vérifiée une relation d'égalité prenant en compte la distance séparant les deux pièces et certaines grandeurs les caractérisant (Fig. 4). Parfois la situation se complique en provoquant un réseau de quatre pièces ou davantage qui entrent simultanément en interaction les unes avec les autres (Fig. 5)

Chaque pièce, avons-nous déjà vu, possède un statut propre et est spécifiée par des grandeurs particulières (côté, hauteur, périmètre, surface et volume). William Fulke a traité les opérations de prise en les adaptant aux particularités de toutes les pièces. Les calculs à effectuer sont d'une grande simplicité – addition, multiplication, division – mais chaque cas de prise est lié à des opérations qui lui sont propres. Il s'ensuit une accumulation inextricable de cas particuliers interdisant toute véritable généralisation.

Signalons que W. Fulke a été confronté à la présence de nombres irrationnels quand il a établi les grandeurs de certaines figures; ainsi, la hauteur d'un triangle équilatéral débouche-t-elle sur un irrationnel (hauteur = [côté: 2] x $3^{1/2}$). Les mathématiciens de l'antiquité dont W. Fulke s'est inspiré, n'étaient pas à l'aise avec les irrationnels, ce qui va embarrasser notre auteur. Devant ces difficultés, W. Fulke a contourné le problème, par exemple en omettant de prendre en compte la hauteur du triangle équilatéral ou en remplaçant autoritairement la surface de ce triangle (qui est un irrationnel) par le carré de sa surface (le carré d'une racine carrée redonne le nombre initial) (Fig. 6). Une difficulté similaire apparaît avec les lignes courbes de certaines figures, puisque l'irrationnel p intervient dans les calculs. Pour surmonter cet obstacle, William Fulke a utilisé des approximations, en retenant l'entier immédiatement supérieur.

Deux exemples spectaculaires de l'utilisation du calcul dans les opérations de prises sont fournis par le recours aux échelles pour franchir les murailles et par le tir des bombardes pour abattre des tours. Les contraintes imposées sont liées au théorème de Pythagore. Dans le cas des échelles, il faut que le carré de la longueur de l'échelle soit égal à la somme du carré de la hauteur de la muraille et du carré de la distance de l'échelle à la paroi. Pour détruire les tours, les tirs tendus des bombardes du premier groupe doivent eux aussi respecter l'égalité de Pythagore: le carré de la hauteur de la tour additionné au carré de la distance séparant cette tour de la bombarde doit être égal au carré de la distance parcourue par le projectile pour atteindre le haut de la tour; la condition permettant de déclencher ce tir victorieux implique que la grandeur notée sur la bombarde (m5, m10, m15 et m20) soit égale à la longueur de cette trajectoire.

Remarquons chemin faisant que W. Fulke a commis quelques maladresses, voire quelques erreurs; ainsi il remplace la parabole de la trajectoire du boulet des bombardes du second groupe (M20, M25, M30 et M35) par la ligne brisée formée par les deux côtés d'un triangle isocèle (Fig. 7). Il laisse passer également quelques petites erreurs, par exemple dans le calcul des grandeurs de l'heptagone ou dans l'évaluation du volume des bombardes (158,9 et non 144 comme il est affiché).

4. Jeu de simulation ou jeu d'abstraction?

La métromachie offre l'occasion de se poser quelques questions relatives à la naissance, aux contenus et à l'évolution des jeux.

Une caractéristique forte de ce divertissement est le réalisme des situations de guerre qu'il propose. On est en présence d'un jeu de simulation qui tente de reproduire le plus fidèlement possible les traits majeurs d'un siège de forteresse. La situation mise en jeu est une imitation des guerres statiques de prise d'un château fort se référant étroitement aux données de l'époque: composition et hiérarchie des armées, matériels, armements (bombardes), citadelle, fossé et champ de bataille. Le souci de réalisme a poussé W. Fulke à faire transporter par les soldats des poutres, des échelles et des tonneaux. L'objectif à atteindre se calque sur la réalité médiévale: prendre possession du donjon adverse ou affamer les assiégés par épuisement de leurs vivres (tonneaux). Les mécanismes de prise eux aussi tentent de se rapprocher au plus près des contraintes réelles de déplacement, de puissance et d'éloignement des différents éléments affrontés. On ne peut donc saisir la signification du dispositif ludique proposé par W. Fulke qu'en le resituant dans son contexte socio-historique.

S'il est vrai que la situation militaire simulée par la métromachie – une guerre de siège face à une citadelle-refuge – est déjà quelque peu obsolète en 1578, en revanche, le désir de rationalisation et de maîtrise de l'action à l'aide de la mesure, qui prolifère dans ce jeu, est bien de son temps.

Il n'en reste pas moins qu'au-delà de sa soumission aux caractéristiques sociales et guerrières de son siècle, ce jeu réunit des caractéristiques générales qui débordent son époque. On observe une simplification et une stylisation qui lui attribuent une structure susceptible d'être appliquée à d'autres situations fort différentes. Ainsi, la structure de duel symétrique de la métromachie peut-elle être retrouvée dans de multiples autres pratiques ludiques. Elle propose donc un système d'interactions susceptible d'une forte généralisation.

A vrai dire, on peut même être étonné que la métromachie suscite un affrontement de type symétrique. Sur le terrain, habituellement, la confrontation mise en scène est dissymétrique: une armée fait le siège d'une place forte et la réciprocité n'a guère de réalité. On peut donc penser que cette structure de duel symétrique répond à un modèle de la rencontre sociale qui a la prédilection de W. Fulke et sans doute ce choix correspond-il à certaines représentations sociales de son époque. Le duel symétrique offre la particularité d'installer un combat d'égal à égal et propose le modèle épuré de l'égalité des chances. On notera que c'est une structure hautement valorisée dans les mentalités et dans les jeux du XXe siècle.

Un jeu de simulation semble avoir deux grandes issues possibles: ou il reste un jeu d'imitation en adaptant aux circonstances certains de ses traits originels, ou il se transforme en un nouveau jeu qui perd ses références sociales pour devenir une structure abstraite. Dans le premier cas le jeu reste dépendant des caractéristiques sociales qui en définissent les contenus et le fonctionnement (Kriegspiel, wargame, jeu de guerre); on reste ici dans un jeu de reproduction et de simulation. Dans le second cas, l'activité s'est désolidarisée des référents sociaux initialement imités et est devenue pour l'essentiel une matrice de fonctionnement définie par des règles qui ont perdu leur portée symbolique. Le jeu est désymbolisé ou plutôt est susceptible d'accueillir une multitude d'habillages symboliques différents (les échecs, le mancala, le jeu de l'oie, le renard et les poules, etc.). D'un côté la métaphore fidèle d'une situation culturelle, de l'autre une structure abstraite indépendante de toute étroite référence sociale.

Parmi les jeux nés jeux de simulation, certains persistent dans cette même catégorie (Monopoly, Diplomacy, Risk, wargames…) alors que d'autres se transforment et deviennent des jeux d'abstraction (les échecs issus du chaturanga). Cependant, certains jeux accèdent d'emblée à la catégorie des jeux d'abstraction sans passer par l'étape préalable de simulation (Reversi, Hex, Abalone…). La rithmomachie peut être classée dans ceux-ci. Tout en faisant référence à un affrontement militaire, ainsi que le souligne Claude de Boissière en 1556, la rithmomachie n'est cependant qu'une piètre simulation militaire peu convaincante. Ce jeu peut donc être considéré comme un jeu abstrait. William Fulke, qui l'a édité, le connaît donc très bien et s'en est manifestement inspiré pour inventer la métromachie dont il a délibérément accentué à l'inverse, la dimension de simulacre.

5. Un chaînon manquant

Comment situer la métromachie dans l'ensemble des jeux? Il s'agit bien entendu d'un jeu de simulation qui est resté tel pour la bonne raison qu'il n'a pas été réellement pratiqué et qu'il n'a pas eu ainsi l'occasion d'évoluer. A ce titre, il semble possible de remettre en cause l'affirmation classique selon laquelle les Kriegspiele du XVIIIe siècle seraient une innovation sans véritables antécédents. La métromachie apparaît, ainsi que nous l'avons détaillé dans les pages précédentes, comme un jeu de simulation très attaché au réalisme des situations militaires de référence. C'est un jeu faisant figure d'ancêtre des jeux de guerre. On peut donc le considérer comme le "chaînon manquant" de la branche des jeux de guerre.

Un siècle après la métromachie est apparu le "Jeu des Rois" de Christoph Weickmann (1664) dans lequel chaque joueur dispose de vingt pièces représentant respectivement la noblesse, le clergé et l'armée. Le tablier est abstrait, et la logistique sous-tendant tout conflit armé est inexistante. Il faut ensuite attendre la fin du XVIIIe siècle pour voir apparaître toute une série de jeux de simulation militaire, appelés "Kriegspiele", qui sont beaucoup plus réalistes. En abandonnant toute référence aux échecs, ces jeux mettent en opposition deux armées avec le matériel de l'époque sur un tablier représentant un terrain d'affrontement avec barrage, rivière, etc. Tous ces éléments étaient déjà présents dans la métromachie deux siècles plus tôt.

Au XIXe siècle, les Kriegspiele se développèrent essentiellement en Prusse. Le plus célèbre d'entre eux, inventé par von Reiwitz en 1811, fut distribué, après quelques améliorations, à tous les régiments sous l'impulsion du général von Moltke. Le jeu fut largement répandu dans les milieux militaires qui ne l'ont pas diffusé à l'extérieur. Cependant, après la publication de *Little War* en 1913 par H. G. Wells, les jeux de simulation militaire commencèrent à sortir des états-majors. C'est seulement en 1952 que ce type de jeux, connu sous le nom de “wargames”, fut diffusé à grande échelle grâce à Charles Roberts et à sa société de jeux Avallon Hill.

Les wargames ont aussi participé à l’aventure des “jeux de rôle”. Deux joueurs américains invétérés des années 1970, Gary Gygax et Dave Anderson ont su faire évoluer les classiques wargames vers le fantastique par la création de personnages imaginaires: monstres, dragons, personnages obscurs de souterrains, etc. Cependant il ne faut pas confondre les wargames et les jeux de rôle (Guiserix, 1997).

6. Quelques aspects pédagogiques

Nous avons construit un exemplaire de ce jeu dont le tablier mesure 1,5 m de longueur sur 1 m de largeur (Fig. 8 et 9). Sur chacune des pièces de bois ont été inscrites ses grandeurs particulières. Nous n’avons pas réussi à mener une partie de bout en bout : d’une part, il faut plusieurs heures d’imprégnation du texte de W. Fulke joint en annexe pour se pénétrer des règles de ce jeu fort complexe ; d’autre part, la mise en œuvre des tactiques, le déplacement et la prise des pièces soulèvent de très grandes difficultés. Tel quel, le jeu nous est apparu pratiquement injouable. La caractéristique majeure de la métromachie est son immense complexité.

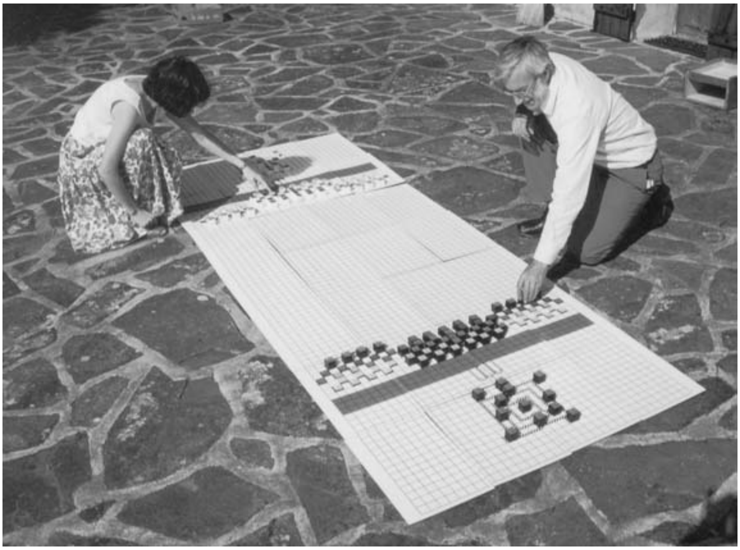


Figure 8: Reconstitution d'un jeu de métromachie. Les deux joueurs viennent de disposer les pièces sur le tablier et commencent une partie.

Malgré le vocabulaire militaire utilisé, il semblerait que W. Fulke n’ait pas imaginé son jeu pour des apprentissages de tactique guerrière mais plutôt afin de sensibiliser à la géométrie dans une perspective pédagogique. Il ne faut certainement pas tomber dans le piège des jeux dits "éducatifs" qui transformerait un divertissement en une leçon de mathématiques, mais l'introduction d'opérations de calculs liés à la logique des situations peut être fort intéressante. Sous cet angle, la métromachie semble être un jeu particulièrement stimulant. Attribuer aux pièces des propriétés correspondant à leur forme géométrique et leur prêter des capacités d'interactions liées à une logique interne de type mathématique confèrent à la métromachie une indiscutable originalité.

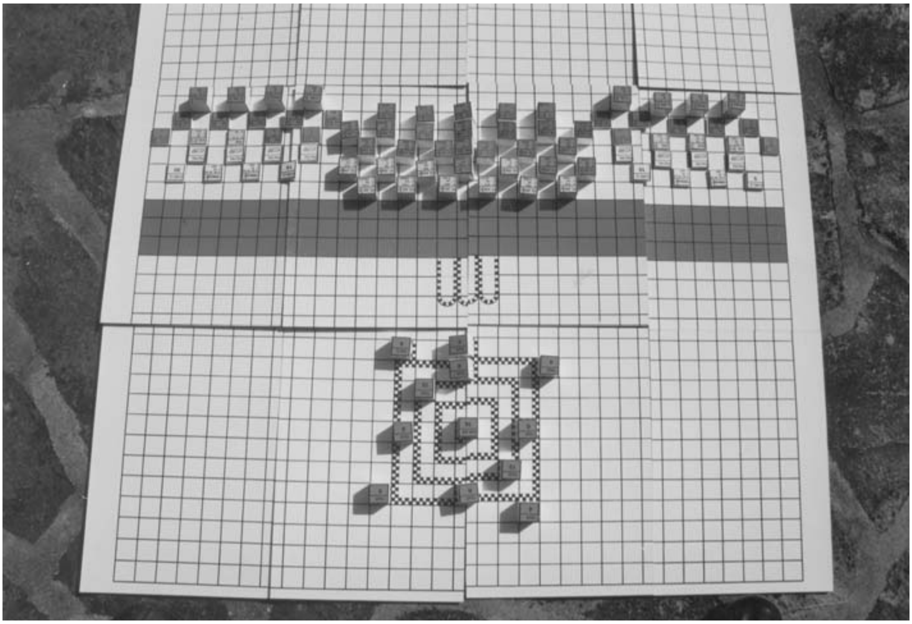


Figure 9: L'un des camps: l'armée, la rivière et la citadelle. Les caractéristiques des pièces sont indiquées sur leur face supérieure.

Bibliographie

Abbot, Edwin A. 1884. *Flatland: A Romance of Many Dimensions* (traduction en français, Anatolia 1995).

Boissière, Claude de 1556. *Le tresexcellent et ancien ieu pythagorique, dict Rythmomachie….,* Paris: Guillaume Cauellat.

Boutin, Michel 1999. *Le livre des jeux de pions,* Paris: Bornemann.

Fulke, William 1571. *OYPANOMAXIA, hoc est astrologorvm, lvdvs, ….,* Londini, Per Thomann Eastum & Henricum Middletonnm.

Fulke, William 1578. *METROMAXIA, sive lvdvs geometricvs.* Londini: Thomas Vautrollerius.

Guiserix, Didier 1997. *Le livre des jeux de rôle,* Paris: Bornemann.
Lever, Raf 1563. *The Most Noble, Auncient, and Learned Playe, called the Philosophers game…., by Rafe Leuer and augmented by W. F.* London: Iames Rowbothum.
Ostermann, Georges 1983. *Les jeux de stratégie et de tactique historiques.* Thèse de doctorat, Montpellier, Université Paul-Valéry.
Parlebas, Pierre 1999. *Jeux, sports et sociétés: lexique de praxéologie motrice.* Paris: INSEP.
Vitale, Duccio 1984. *Jeux de simulation. Wargames,* Paris: M.A. Editeur.
Wells, H. G. 1913. *Little wars,* London: Palmer. (Réimpr. New York: Da Capo Press, 1977).
Zollinger, Manfred 1996. *Bibliographie der Spielbücher des 15. bis 18. Jahrbunderts. Erster, Band: 1473-1700,* Stuttgart: Anton Hiersemann.

Annexe: La règle du jeu

(Traduction du latin par Bernard Cyffers)

Le lieu de la bataille

Nous avons à préparer un espace qui convienne à cette bataille. Tant pour la mise en place des armées que pour le déroulement du combat, l'aire aura 52 cases de longueur et 33 de largeur (ce sont les dimensions usuelles des tables de jeux tels que la rythmomachie). Ce lieu est assez spacieux pour permettre à chacune des armées, non seulement de déployer la ligne de bataille, mais aussi de mettre aux prises les soldats. Pour pouvoir effectuer la retraite des troupes après la disparition du Général, chaque armée dispose d'un camp retranché derrière elle. Ce camp, qui doit être fortifié, aura une profondeur de 16 cases. Un fossé, ou un fleuve, d'une largeur de trois cases sépare chacun de ces camps de l'aire du jeu où s'affrontent les armées. L'accès se fait par une porte, profonde de deux cases, située au milieu de la largeur. De l'autre côté du fossé, il y a une citadelle – c'est-à-dire l'endroit où se tient la tente du général – entourée d'une triple muraille – cinq cases séparent le fossé de la première muraille. Cette première muraille carrée délimite une surface de 49 cases, la seconde une surface de 25 cases, la troisième, 9 cases, la citadelle elle-même, où le donjon occupe une seule case. A chaque angle de la première muraille est située une tour (autant de tours que d'angles), et entre les deux tours de devant il y a une tour avec porte, toutes ces tours ont la même hauteur 4. Au milieu de chacun des côtés de la deuxième muraille on peut voir une tour de hauteur 8. La troisième muraille est surmontée de deux tours situées dans deux angles diamétralement opposés, et dont la hauteur est 12. Au milieu le donjon s'élève jusqu'à une hauteur de 16 (pour mémoire, on inscrira les hauteurs sur les tours). Il est cependant un point qui doit être rigoureusement respecté dans la construction de cette citadelle: toutes les tours, ainsi que la tour avec porte, doivent être mobiles, afin que l'on puisse les retirer de la table de jeu lorsqu'elles auront été abattues ou incendiées par les machines de guerre appelées bombardes. La case ainsi libérée, à moins qu'elle ne soit défendue par les corps de ses partenaires, offre une entrée aux ennemis qui attaquent le camp. Donc, plus nombreuses auront été les tours abattues par la puissance des machines de guerre, plus facile sera la prise de la citadelle, même sans échelles, une fois ses défenseurs mis hors de combat. Nous pensons en effet que dans ce conflit, le combat ne se termine qu'avec la prise du pouvoir par leurs adversaires du camp dégarni de toutes ses défenses. Tout ceci est probablement assez clair pour les initiés, mais, pour donner un modèle aux artisans à qui sera confiée la tâche de construire la table de jeu, nous avons représenté en fin de ce livre un plan complet tant du champ de bataille que des camps retranchés, ainsi que de chaque armée disposée en ordre de bataille. *[Voir notre Figure 1]*

L'appareil de guerre

Nous distinguons, dans l'appareil de guerre, les troupes et le matériel. Et bien qu'il apparaisse plus logique de parler en premier des troupes, l'exposé de ces opérations militaires exige qu'il en aille autrement et que nous commencions par le matériel. Nous appelons matériel: les machines, les ponts et les échelles. Leur examen doit venir en premier car on observe habituellement chez eux ce qui est le plus important en géométrie, à savoir l'emploi de la ligne droite. En effet, les machines que l'on appelle communément bombardes et qui produisent un horrible bruit, projettent du feu ou des pierres selon cette ligne du triangle appelée hypoténuse. Notre pont mesure juste la largeur du fossé ou du fleuve. Je sais que de nombreuses sortes de figures géométriques sont recherchées pour joindre rapidement les rives d'un fleuve par des ponts, mais nous estimons que ces figures, bien que représentant une œuvre grande et remarquable, ne correspondent pas à notre propos qui est de décrire un jeu, et non un métier.

De même, nous utilisons les échelles, dans l'attaque des camps, uniquement pour atteindre le sommet des tours. Quant aux machines, dont la puissance et la rapidité de destruction sont si grandes, afin qu'elles n'apparaissent pas avoir à elles seules un rôle trop important dans l'obtention de la victoire, nous les avons conçues telles que les adversaires puissent les assiéger, ou même les prendre. Ce sont en effet des colonnes, mais qui ont leurs deux bases différentes *[NdT: Cônes ou Pyramides tronquées].* Celui qui parvient à réaliser leur volume emporte les machines captives hors du jeu. Il convient bien entendu pour chacun de ne pas utiliser un nombre à son gré de ces machines; c'est pourquoi on décide de leur nombre, qu'aucune des deux armées ne peut transgresser. Il y a donc huit machines bombardes, quatre d'entre elles sont destinées à abattre les tours à l'aide d'un projectile lancé violemment à leur sommet. On les distingue par des nombres, comme autrefois les légions romaines étaient appelées cinquième, sixième, vingtième. Ainsi, la première de ces quatre machines, dont l'hypoténuse est limitée à 5 est appelée cinquième et porte l'inscription 5. La seconde, dont le projectile décrit, selon l'hypoténuse, une trajectoire de longueur 10 est appelée dixième et est repérée par le nombre 10. La troisième, dont la trajectoire est de 15 est appelée quinzième et est repérée par ce nombre. La quatrième dont la trajectoire ascendante est de 20 reçoit le nom vingtième, ce nombre la distinguant assurément des autres.

Les quatre autres machines, à la différence des précédentes dont les projectiles sont arrêtés par le sommet de la tour, là où la force est la plus intense, projettent selon une ligne droite, qu'on appelle hypoténuse, soit une boule de poix, dans le but d'incendier, soit un boulet dans le but de détruire, jusqu'à ce que ce projectile, perdant de sa force, tombe sur l'objectif à incendier ou à détruire.

Je pense que les véritables machines ne s'écartent pas de ces considérations géométriques en vertu des lois physiques qui régissent le mouvement ascendant et descendant du projectile, et les artilleurs expérimentés dans l'art du feu corrigent facilement tout écart par l'observation de leurs machines et parviennent, par l'étude et la réflexion, quasiment à la "rigueur" mathématique. Les noms de ces quatre machines, en relation avec ceux des précédentes, sont: vingtième, vingt-cinquième, trentième et trente-cinquième, dont les hypoténuses, évidemment, sont relativement de vingt, vingt-cinq, trente et trente-cinq. Et chacune porte son numéro.

Mais, puisque nous l'avons dit, ces machines ont une forme de colonne – ce qui permet de les capturer ou de les assiéger – il convient de préciser cette forme et ses constituants. La hauteur de la machine est de 16, la surface de la grande base est 12, celle de la petite base 8. Une seule et même forme pour toutes les machines nous conduit à un seul volume, car si nous donnions aux différentes machines des volumes différents, il deviendrait trop difficile d'éliminer celles dont la capacité à infliger des dommages à l'ennemi est si grande.

Les poutres destinées à la construction des ponts sont également au nombre de huit. Il n'y pas lieu d'inscrire un numéro sur ces poutres. Nous ne les considérons pas comme des figures géométriques, mais comme des matériaux qu'on se procure facilement. Elles peuvent cependant être capturées si les soldats qui les transportent, sont interceptés.

Il y a autant d'échelles qu'il y a de hauteurs de tours dans la citadelle du camp retranché, soit quatre, et bien que manipulées par des soldats, elles ne peuvent être prises, afin d'éviter que la prise du camp ne traîne pas trop en longueur. Toutefois la case à partir de laquelle elles seront dressées peut être occupée; il s'agit exactement de celle dont la distance à la base de la tour est égale à la longueur de l'échelle, diminuée de deux cinquièmes. C'est en effet la bonne disposition du pied des échelles que l'on met en place, conforme à la célèbre proportion arithmétique trouvée par Pythagore, ce dont il remercia les dieux par une hécatombe. Ainsi contre une muraille de hauteur 4, on place une échelle de longueur 5 à une distance de 3. Contre une muraille de 8, une échelle de 10 à la distance 6. Contre une muraille de 12, une échelle de 15 à la distance 9, et contre le donjon de 16, une échelle de 20 à la distance de 12.

Nous avons suffisamment parlé du matériel et des fortifications, nous allons maintenant parler de l'armée. Le général, élu au suffrage universel, sera dans chacune des deux armées la Sphère, qui possède à la fois la plus grande capacité et le plus bel aspect. Les troupes du général sont séparées en infanterie et en cavalerie. Les fantassins sont des figures géométriques planes. Les cavaliers sont représentés par des corps solides à trois dimensions: longueur, largeur et hauteur. Parmi eux, les Chefs occupent la première place: ce sont les cinq illustres "corps géométriques universels", hautement glorifiés par Pythagore, comme l'indique une vieille inscription, puis par Platon, à savoir le Tétraèdre, l'Hexaèdre, l'Octaèdre, le Dodécaèdre et l'Icosaèdre, et qui ont fait l'objet des très savants "travaux" d'Euclide le Platonicien sur les relations entre leurs côtés, égaux entre eux et la sphère inscrite ou circonscrite.

Ensuite les fantassins sont rangés en fonction de leurs formes géométriques. Il y a en effet d'une part des figures simples, d'autre part des figures composées. Les simples sont celles qui sont constituées uniquement de lignes droites, ou uniquement de courbes. Les composées comprennent à la fois des lignes droites et des lignes courbes.

Parmi les figures simples, constituées uniquement de lignes droites, le triangle est le premier à prendre en considération. En effet, aucune surface ne peut être délimitée si ce n'est par au moins trois lignes droites.

Les triangles diffèrent par leurs côtés et leurs angles; nous en avons créé en tout sept sortes:

Trois Acutangles, à savoir l'Equilatéral dont les trois côtés sont égaux, l'Isocèle dont deux côtés sont égaux, et le Scalène dont les trois côtés sont différents.

Par contre, l'Obtusangle ne fournit que l'Isocèle et le Scalène, tout comme le Triangle rectangle.

Vient ensuite la troupe des Quadrilatères, constituée de quatre termes: le Carré dont les quatre côtés sont égaux et tous les angles droits, le Rectangle dont les angles sont également droits mais dont seulement les côtés opposés sont égaux, le Losange obtenu en infléchissant le carré d'un côté ou de l'autre, enfin le Parallélogramme qui est au Rectangle ce que le Losange est au Carré.

En dernier lieu viennent les figures à plusieurs côtés: Pentagone, Hexagone, Heptagone, Octogone, dont certaines sont quelquefois mentionnées par les géomètres.

Enfin, et pour que ces figures géométriques ne soient pas multipliées à l'infini, nous terminons la liste par le Polygone *[N.dT: il s'agit du polygone à 20 faces: l'icosagone].*

La ligne courbe, qui n'engendre par elle-même que le Cercle, ne se révèle pas aussi féconde; mais le Cercle est la plus belle de toutes les figures. Il existe bien sûr d'autres figures, composées à partir de segments de cercle, dont nous ne retiendrons que le seul Ovale, dont l'intérêt en Géométrie est négligeable.

A partir de droites et de courbes sont constitués le demi-cercle et le segment. Ainsi toute l'infanterie comprend vingt éléments.

Les troupes équestres sont réparties pratiquement de la même façon; parmi elles, les corps solides constitués de lignes droites comprennent des prismes ou bien des colonnes et des pyramides de même hauteur. Le Triangle Equilatéral, dont proviennent déjà trois des Chefs, à savoir le Tétraèdre, l'Octaèdre et l'Icosaèdre, donne également naissance au Prisme Triangulaire, et à deux Pyramides, correspondant l'une à l'Icosaèdre, l'autre à l'Octaèdre. Le Carré, à partir duquel est engendré le Cube ou Hexaèdre, donne aussi naissance à une Pyramide de même hauteur que le Cube. Le Rectangle engendre une Colonne et une Pyramide, ayant pour base le Rectangle. De même le Losange constituera la base d'un Prisme, d'une Colonne et d'une Pyramide, et il en sera également ainsi pour le Parallélogramme. Le Pentagone, outre le Dodécaèdre, fournit aussi une Colonne et une Pyramide. Les autres figures à plusieurs côtés serviront chacune de base à une Colonne et à une Pyramide.

A l'aide des lignes courbes, outre la Sphère, sont constitués les corps solides suivants: le Cylindre, le Cône, le Double-Cône et l'Ovaloïde. Il existe ainsi 26 cavaliers, plus le Général et les cinq Chefs. Une fois levées, les troupes sont à organiser en cohortes, centuries et manipules.

[NB: Les caractéristiques des pièces sont données en figure 1 et leur mise en place sur le tablier en figure 2.]

Le déplacement des soldats

Lorsqu'ils avancent au combat, tous les fantassins sont portés sur la case voisine de la leur, les cavaliers sautent une case; par contre, dans la fuite, les fantassins gagnent en courant la seconde case à partir de celle qu'ils occupent, les cavaliers sautent deux cases. Les machines sont déplacées seulement d'une case, et ne peuvent être ramenées en arrière dans la fuite, les autres matériels subissent le même mouvement que celui des soldats par lesquels ils sont portés. Les Triangles et les corps à base triangulaire ne progressent qu'en diagonale. Toutes les figures Quadrangulaires avancent en ligne droite, aussi bien latéralement que de front. Le général Sphère peut avancer, à son gré, en ligne ou en diagonale, il peut également reculer; toutefois il ne franchit pas plus de trois cases. Mais rien ne l'empêche de passer de sa case à la plus proche, à la seconde ou à la troisième s'il le désire. Les autres Chefs peuvent aller jusqu'à la troisième case à partir de celle qu'ils occupent; ils peuvent cependant occuper la plus proche ou la seconde, lorsqu'elle est libre, si cela leur parait opportun.

Les autres figures à plusieurs angles et côtés sont déplacées en ligne droite de front, ou en diagonale, selon leur décision et les possibilités de leur case. Restent les figures qui comprennent des lignes courbes: elles se déplacent non seulement de front et en diagonale, mais aussi latéralement. Il n'est cependant pas permis de les faire reculer, sauf pendant la fuite.

Les machines sont propulsées soit latéralement, à gauche ou à droite, soit en ligne droite, de front.

Nul n'a le droit de fuir tant que le Général est sain et sauf dans la bataille. C'est seulement après que celui-ci ait été fait prisonnier ou tué, et que l'un des Chefs ait donné l'ordre de la retraite, que les soldats peuvent se replier dans le camp, par le pont de bois qu'ils auront préalablement jeté pardessus le fossé. Lorsqu'ils auront fait passer leurs propres troupes en quantité qu'ils estiment suffisante pour la défense du camp, ils détruisent le pont dans leur dos, afin que l'attaque du camp ne paraisse facile aux ennemis, sauf s'ils se sentent en mesure d'en interdire le passage par le corps de leurs soldats.

Il est évident qu'après la chute du Général, le pouvoir doit revenir à celui qui peut donner l'ordre du repli; aussi désignons-nous pour lui succéder l'Icosaèdre, s'il a survécu, puis le Dodécaèdre, ou si l'ennemi a pris l'un et l'autre de ces deux Chefs, l'Octaèdre, ou si ce dernier est perdu, le Cube, ou enfin, si ce dernier a également été éliminé, le Tétraèdre.

Et si aucun des Chefs n'a survécu, qui rassemblera les troupes dispersées ?: le premier des cavaliers qui bougera de sa place après la capture du Général sera proclamé Chef pour regrouper les restes de l'armée et décider s'il poursuit le combat, ou s'il préfère chercher le salut par la retraite dans le camp. S'il tombe à son tour au combat, nous voulons qu'il soit remplacé selon la même règle, à la condition que personne ne soit en fuite. Celui qui aura été désigné comme successeur du Général disparu, disposera du même droit de progression qu'avait le Général, tant qu'il ne tournera pas le dos à l'ennemi. S'il le faisait, les soldats y verraient le signal de la retraite et l'ordre de se replier.

Ceux qui sont restés hors du camp après la destruction du pont se battent, dans la mesure où leurs forces le leur permettent, avec les adversaires qui sont encore au combat. S'ils prennent leur Général, ils arrachent aux ennemis la moitié de la victoire, s'ils occupent les premiers le camp des ennemis, ils obtiennent une solide victoire et méritent pour eux une double récompense.

Il faut bien retenir que tous, excepté le Général, ne peuvent traverser, dans la progression, que des cases vides; par contre, dans la fuite, ils doivent se retirer dans une case vide et ne peuvent éliminer ceux par-dessus lesquels ils ont éventuellement sauté.

Pour ceux qui fuient plus loin, la retraite ne peut se faire que par la porte du camp; par contre, si le pont qui avait été construit au niveau de la porte a été détruit, ceux qui attaquent le camp peuvent en construire un autre pour eux-mêmes en n'importe quel endroit.

Le Combat

Il y a quatre manières de capturer ou tuer les ennemis: soit ils sont détruits par les projectiles lancés par les machines, soit ils sont éliminés à l'identique, soit ils sont bloqués, soit ils sont faits prisonniers par leur mesure *[NdT: mesure de leur surface pour les fantassins, de leur volume pour les cavaliers]*.

Tu as la possibilité de frapper les tours par le feu des bombardes; désires-tu abattre la porte de la citadelle ou quelqu'une des tours de la muraille extérieure?: puisque toutes ces tours ont la même hauteur 4, amène la machine que nous avons appelée Cinquième dans la quatrième case à partir du pied de la tour, de manière à ce qu'il y ait trois cases entre la machine et le pied de la tour. Si la machine ainsi placée est mise en action, elle frappe le sommet de la tour qui s'élève à une hauteur équivalente à quatre cases.

Pour abattre les tours de la seconde muraille, dont la hauteur est 8, propulse la machine Dixième jusqu'à la septième case à partir de la tour, pour que restent six cases entre la machine et le pied de la tour.

Si tu désires démolir les défenses de la troisième muraille, dont le sommet s'élève à la hauteur 12, tu dois amener la machine Quinzième jusqu'à la dixième case de la base de la défense, de manière à ce qu'il y ait neuf cases entre les deux. Si tu veux abattre le donjon de hauteur 16, utilise la Vingtième: si tu la places à la treizième case, il y aura 12 cases intermédiaires.

Si tu désires jeter le feu ou des torches soit sur une tour, soit sur un des ennemis, il convient de le faire avec l'autre type de machine. La Vingtième de celles-ci détruit par le feu l'adversaire situé à 12 cases d'elle, ou renverse la défense située à la même distance. La Vingt-cinquième incendie ou abat ce qui se trouve à 15 cases d'elle. La Trentième met le feu juste au-delà de 18 cases. La Trente-cinquième brûle ou détruit ce qui se trouve dans toute case au-delà d'un intervalle de 21 cases, où sera tombée une boule de feu ou un boulet lancé par la machine.

Les personnes, même connaissant médiocrement la géométrie, apprendront que toutes ces données correspondent aux relations géométriques du triangle. Mon propos est de prendre en considération, dans l'usage de ce jeu, parmi les lois géométriques, ce qui en est le plus facile, et aussi de renvoyer aux sources abondantes de cette science ceux qui cherchent comment s'établissent ces relations.

Nous avons écrit dans le second chapitre que toutes les machines ont les mêmes dimensions, à savoir: hauteur 16, grande base 12 et petite base 8. Si maintenant tu veux enlever une machine à l'ennemi, tu ne pourras y parvenir qu'avec quelque peine. En effet, il te faut d'abord rechercher la surface d'une base unique, en fonction de la surface de chacune des bases par ce procédé.

Tu dois approcher trois figures, chacune distante de la machine de deux cases. La première contiendra le nombre 4, qui est la différence entre les surfaces de la grande et de la petite base. La seconde possédera le nombre 10 qui résulte de la grande base diminuée de la moitié de cette différence, la troisième contiendra le nombre 9, moyenne de 10, qui provient de la grande base, et de 8, qui est la petite base. Quand tu auras ainsi obtenu cette surface de 9 pour la base unique, tu pourras à ton gré, et selon l'opportunité, prendre cette machine par la Mesure, en approchant à la distance de deux cases une figure possédant un nombre correspondant à la hauteur, qui est 16, et une autre contenant le nombre 9, surface de la base unique. Le produit de ces deux nombres donne 144, qui est le volume total de la machine.

Lorsque tu auras pris l'une de toutes les machines au prix de tant de difficultés, tu disposeras beaucoup plus facilement des autres. En effet, tu n'auras plus à chercher la surface de la base unique obtenue une fois pour toutes. En outre, comme peu de figures contiennent les nombres 16 et 9, tu pourras procéder plus rapidement de la manière suivante: il te suffira d'approcher deux figures comprenant des nombres dont le produit représente le volume de la machine, soit 144; par exemple, les nombres 12 et 12, ou 4 et 36, qui fournissent ce produit, amenés à deux cases de la machine à éliminer. De la même façon, deux nombres dont le total est égal au volume de la machine, comme 132 et 12, emportent la machine; 84 et 60 font de même. Il en est assez dit de la puissance des machines et de la manière de les capturer. Nous allons évoquer maintenant en quelques mots l'élimination à l'Identique. Par cette méthode les fantassins, ou les cavaliers, chassent les adversaires de leur position sans avoir à les heurter. Le principe en est le suivant: lorsqu'une figure géométrique va à l'encontre d'une figure identique de l'armée ennemie, s'il a été possible de l'amener dans la case de cette seconde figure par un déplacement régulier, la première figure, victorieuse, occupe cette case après élimination de la seconde. Ainsi le Triangle déloge et élimine le Triangle, l'Equilatéral l'Equilatéral, le Carré le Carré, le Cube le Cube, la Sphère la Sphère, la Colonne ou la Pyramide délogent et éliminent la Colonne ou la Pyramide de même forme et de mêmes dimensions. Bien facile est cette manière de combattre, mais la victoire n'en est que moins glorieuse. Le premier travail est de bloquer, d'établir un blocus. Il en existe deux façons. La première est l'occupation militaire de la route: les adversaires occupent les cases telles que le soldat ne puisse plus bouger de sa place, ou tiennent les emplacements voisins d'une machine, qui se trouve ainsi enfermée et ne peut plus ni être déplacée, ni mise en action. Tout ce qui est bloqué par cette méthode est libéré des périls du siège si l'un des soldats, qui bouchait la route, est fait prisonnier, ou s'il quitte spontanément sa place. Par ce travail donc, l'adversaire peut être entouré et être tenu comme enclos par une palissade ou par un fossé, pour qu'il ne puisse plus intervenir, mais il ne peut ni être capturé, ni être tué. Avec la seconde façon, les assiégés peuvent être faits prisonniers, cependant cette méthode ne s'applique pas à tous les soldats, car ils ne sont pas tous susceptibles d'être soumis à ce genre de blocus. Parmi les fantassins, ceux qui peuvent être soumis à ce blocus seront capturés par cette règle; à savoir: ils sont enfermés par deux soldats contenant des nombres dont le total, ou le produit, est égal au périmètre de la figure représentant le soldat assiégé. La distance des assaillants à l'assiégé est telle que chacun des assaillants pourrait atteindre d'un seul mouvement la case de l'assiégé si elle était libre. Surpris par ce mauvais sort, et bien qu'il ne puisse bouger de sa place, ce fantassin ne sera pas pris sur le champ; il ne deviendra une proie pour l'ennemi que si son armée, avertie de la situation, ne parvient pas à le libérer dans les deux coups à venir; en effet, si par une progression, ou par deux, l'armée capturait ou mettait en fuite l'un ou l'autre des assaillants, le fantassin serait immédiatement libéré des périls du siège.

Dans ces conditions restrictives peuvent être éliminés: le Triangle Equilatéral dont le périmètre 36 est égal au produit de 6 par 6; le Carré, dont le périmètre 60 est le produit de six par dix; le Losange dont le périmètre 40 est la somme de deux nombres 20; l'Hexagone, dont le périmètre 84 est la somme de 42 et 42; l'Octogone, dont le périmètre 80 résulte de l'addition de 40 et 40; le Polygone, dont le périmètre 120 est la somme de deux nombres égaux à 60; le Cercle, dont la circonférence 132 est le produit de 22 par 6; l'Ovale de périmètre 44, qu'on obtient par l'addition de deux nombres égaux à 22.

Par ces exemples, nous montrons suffisamment quel type d'addition nous acceptons dans cette démarche, à savoir celle de deux nombres égaux. Nous rejetons toute addition de deux nombres inégaux que nous avions acceptée pour la capture des machines. Par contre, nous ne refusons nul produit donnant un nombre égal au périmètre.

Ce second type de blocus, est possible parmi les troupes équestres suivantes.:

La Sphère elle-même par le nombre 4 et le Cercle, égal au grand cercle de la Sphère car leur produit donne la surface totale de la sphère; ou par une circonférence égale à la circonférence de la sphère, et une ligne d'une figure à côtés fermés égale au diamètre de la sphère car leur produit donne également la surface de la sphère.

L'Icosaèdre par un triangle équilatéral égal à une de ses faces, et le nombre 20. Le Dodécaèdre par le Pentagone égal à une de ses faces et le nombre douze. L'Octaèdre par un triangle équilatéral égal à une de ses faces, et le nombre 8. Le Cube par la surface du Carré et le nombre 6. Le Tétraèdre par le Triangle Equilatéral égal à une de ses faces et le nombre 4.

Par Triangle équilatéral, que je cite si souvent, je comprends non seulement cette seule surface triangulaire qui figure parmi les fantassins, mais aussi toute figure où cette surface se rencontre: par exemple dans l'Icosaèdre, dans une Pyramide ou dans la base d'une colonne. Il en est de même pour les autres: Carré, Pentagone, ou toute autre figure plane, leur surface peut être trouvée dans une Colonne ou une Pyramide.

Le Cylindre est assiégé par un nombre égal à sa circonférence et par un autre égal à sa hauteur, et aussi par un troisième qui égale sa base.

Quant aux autres corps solides, soit parce qu'il y aurait plusieurs surfaces à rechercher, soit parce que l'on ne peut trouver les nombres à partir desquels ces surfaces sont calculées, ils ne peuvent être capturés par ce type de blocus.

Nous envisageons donc maintenant la dernière – et de toutes la plus prestigieuse – manière de capturer l'ennemi qui est basée sur la Mesure. Cette méthode, qui ressemble davantage à la géométrie que les précédentes, est considérée comme la plus noble dans ce jeu. Par la Mesure, tous peuvent être pris: Soldats, Chefs, et même le Général. Mais, comme la Mesure des différentes figures est variée, nous sommes conduits à établir, pour leur capture, différentes règles.

Le cas du Triangle Equilatéral est particulier, du fait que sa surface ne peut être représentée par un nombre entier. Pour le faire prisonnier, il faut amener les nombres 6 et 36 à la dix-neuvième case à partir du triangle, de manière que 18 cases vides les séparent: en effet, 18 représente le demi-périmètre, le produit de 6 et 36 donne 216 qui, multiplié par 18, fournit le nombre 3888 dont la racine carrée est la surface du Triangle Equilatéral.

Il est plus facile de prendre les autres Triangles: il faut placer un nombre égal à la hauteur à une distance d'un nombre de cases égal à la moitié du nombre représentant la base, ou une ligne égale à la base, à une distance égale à la moitié de la hauteur, et peu importe que tu respectes la distance selon les lignes ou les diagonales.

Ainsi, le Triangle Isocèle acutangle sera pris par un nombre 12 à six cases, ou un nombre 6 à 12 cases. Le Scalène acutangle par 8 distant de sept cases, ou par une ligne de 14 située à quatre cases de distance, puisque le produit des deux nombres donne la surface 56. L'Isocèle obtusangle par une ligne de 16 distante de 12 cases, ou une ligne de 32 distante de 6. Le Scalène obtusangle par une ligne de 21 distante de quatre cases. Le Triangle Rectangle Isocèle par 8 à la distance 4, ou par 4 à la distance 8. Le Triangle rectangle Scalène par 7 à la distance 7, mais il ne peut être pris par un nombre égal à sa base, qui est 14 parce que sa hauteur est un nombre impair qui ne peut être divisé en deux parties égales; sa Mesure ne peut donc être obtenue que d'une seule manière.

Le Carré n'est pas pris de manière aussi variée; une ligne égale au côté est à placer à un nombre de cases égal à ce côté (ainsi une ligne de 15 distante de 15 cases prendra le Carré). Le Rectangle sera pris par une ligne de 60 distante de 36 cases. Le Losange et le Parallélogramme par une ligne égale à la hauteur, à une distance égale au côté sur lequel tombe la hauteur; ou une ligne égale au côté à une distance égale à la hauteur. Ainsi une ligne 9 à la distance 10, ou une ligne 10 à 9 mesure le Losange. Une ligne 7 à 10 cases, ou 10 à sept cases mesure le Parallélogramme.

La Mesure des figures à plusieurs côtés est obtenue par une ligne, ou un nombre, égal au demi-périmètre, à une distance égale à la hauteur, c'est-à-dire la ligne qui va du centre de la figure au milieu de l'un de ces côtés. Exception faite pour notre Pentagone, qu'il n'est pas facile de capturer de cette manière à cause de ses nombres fractionnaires, et pour lequel nous nous contenterons de l'élimination à l'Identique.

On mesure l'Hexagone par une ligne 48 à la distance 14. Ce dernier nombre est égal à la hauteur, le premier au demi-périmètre.

On capture l'Heptagone par une ligne 42, égale à son demi-périmètre, à la distance 9.

L'Octogone est fait prisonnier par une ligne de 40, égale à son demi-périmètre, à une distance égale à sa hauteur, soit 12.

Le Polygone est Mesuré par une ligne 60 – c'est son demi-périmètre – situé à 19 cases, puisque telle est sa hauteur.

Lorsqu'il y a, dans la table de jeu, suffisamment de cases pour représenter le demi-périmètre, on peut capturer les figures correspondantes, tout comme les triangles, soit par une ligne égale au demi-périmètre, soit par une ligne égale à la hauteur. Par contre, lorsque le nombre de cases est insuffisant pour représenter le demi-périmètre, la capture ne peut s'effectuer que par une ligne égale à la hauteur.

Vient maintenant la Mesure des fantassins comprenant des lignes courbes, et en premier lieu le Cercle.

Le Cercle est Mesuré par une ligne égale à la demi-circonférence, qui est 66, à la distance 21, qui est le demi-diamètre.

Le Demi-Cercle par une ligne 7 égale au demi-diamètre, à la distance 11, qui est la moitié de l'arc.

Le Segment, dont la corde est 20, l'arc de Cercle 22, est Mesuré par une ligne 10 à la distance 11.

L'Ovale, par une ligne 22, égale à un de ses arcs, à la distance 10, qui est la moitié de la corde.

Les troupes équestres, qui sont constituées de corps solides, sont capturées lorsque sont approchés d'elles des figures susceptibles de donner la Mesure de leur volume, selon la règle exposée ci-après.

Le Prisme Triangulaire est fait prisonnier par une surface 15 18/31 et une ligne 5 à une distance telle que chacune de ces figures pourrait être déplacée dans la case du Prisme si elle était vide.

La Pyramide de même base et de même hauteur sera prise par les mêmes surface et ligne que le Prisme, mais à une distance de trois cases, parce que le volume de la Pyramide est le tiers de celui du prisme, ou de la colonne.

La Pyramide ayant pour base une face de l'Octaèdre, soit 15 18/31, sera capturée par cette surface et une ligne 2 1/5 à une distance de trois espaces.

La Pyramide à base Carrée est prise lorsque trois cases la séparent d'une surface égale à la base et d'une ligne égale à la hauteur.

Il en sera ainsi lorsque le Carré, ou le Cube, ou toute autre figure en laquelle se trouvent une surface 225 et une ligne 15, sont placés à la quatrième case à partir de la Pyramide. La distance de trois cases rappelle que la surface de la base doit être multipliée par le tiers de la hauteur pour obtenir le volume (ou Mesure) de la Pyramide. Il est évident qu'il existe un autre moyen de prendre une Pyramide, en associant à une surface égale à sa base une ligne égale au tiers de sa hauteur, s'il s'en trouve parmi les troupes. La distance à partir de la Pyramide à prendre sera alors telle que chacune des deux figures pourrait être déplacée dans la case de la Pyramide si elle était vide. La Colonne à base Rectangle demande, pour être capturée, une surface de 2160 et une ligne de 40.

La Pyramide de même base demande même surface et même ligne, mais à une distance de trois cases.

Le prisme à base Losange est pris par une surface de 90 et une ligne de 10, à une distance correspondant à une progression normale de chacune de ces figures.

La Pyramide à base Losange par même surface et même ligne, à la distance de trois cases.

La Colonne à base Losange par une surface égale à sa base, soit 90, et une ligne égale à sa hauteur, soit 60.

Le Prisme à base Parallélogramme, de la même manière, par une surface de 70 et une ligne de 21. La distance est, comme pour toutes les colonnes, d'un nombre de cases égal au déplacement des figures dans le combat.

La Pyramide de même base est capturée par une surface 70 et une ligne 21, à trois cases de distance, ou par la même surface et une ligne 7, tiers de la hauteur 21, mais dans ce cas la distance sera la même que lorsqu'il s'agit de prendre les Colonnes.

La Colonne à base Parallélogramme est prise par une surface 70 et une ligne 36, correspondant à sa hauteur.

La Colonne à base Pentagonale est prise par une Surface 38, égale à sa base, et une ligne 5 égale à sa hauteur.

La pyramide de mêmes base et hauteur, par mêmes surface et ligne à la distance de trois cases.

La Colonne à base Hexagonale par une surface 672 et une ligne 48.

La Pyramide de mêmes base et hauteur par mêmes surface et ligne, à la distance de trois cases, ou, mais non à cette distance, par la même surface et une ligne 16, qui est le tiers de la hauteur.

La Colonne à base Heptagonale est capturée par une surface de 378 et une ligne 42.

La Pyramide, de mêmes base et hauteur par mêmes surface et ligne, mais à la distance de trois cases, ou autrement, mais cette fois à la distance appropriée à chaque figure, par une surface 378 et une ligne 14, qui est le tiers de la hauteur 42.

La Colonne à base Octogonale est prise par une surface de 480 et une ligne 36.

La Pyramide de mêmes bases et hauteur par les mêmes figures distantes de trois cases, ou par même surface et ligne 12, qui est le tiers de la hauteur 36.

La Colonne à 20 faces, que nous avons appelée Polygonale est prise par une surface 1140 et une ligne 60.

La Pyramide de mêmes base et hauteur, soit par les mêmes éléments à trois cases, soit par la même surface et une ligne 20, tiers de la hauteur 60.

Le Cylindre est fait prisonnier par la même méthode que les autres colonnes, c'est-à-dire par une surface égale à sa base 1386, et une ligne égale à sa hauteur 48.

De même, le Cône est pris selon la règle des Pyramides, soit par les mêmes surface et ligne que le Cylindre, à une distance de trois cases, soit par mêmes surface et ligne 16, tiers de la hauteur 48.

Le Double-Cône est pris par le Cône et le Cylindre à une distance de trois cases car le Cylindre est le total du Double-Cône et de son propre tiers, ce qui est représenté par le Cône – tiers du Cylindre – et la distance de trois cases; ou bien par une surface 1386 et une ligne 32 puisque le produit de ces deux nombres donne le volume total du Double- Cône, à savoir 44352.

L'Ovaloïde est pris par le Cylindre et le Cône, mais cette fois à la distance propre à chacun d'eux: le total de leur volume donne le volume de l'Ovaloïde; ou aussi par le Cône et le nombre 4, puisque le volume de l'Ovaloïde est le quadruple de celui du Cône.

La Sphère est prise lorsque sont placées: à deux cases une figure ayant une ligne égale au diamètre, et à trois cases, une autre ayant une surface égale à celle du grand cercle. Les distances 2 et 3 signifient que le produit de la surface du cercle par le diamètre doit être multiplié par deux tiers.

Le Tétraèdre est pris à la manière des Pyramides, par une surface égale à sa base et une ligne égale à sa hauteur, à la distance de trois cases.

L'Hexaèdre à la manière des Colonnes par une surface égale à la base et une ligne égale à la hauteur, chaque figure à la distance qui lui est propre.

L'Octaèdre est pris par la Pyramide qui lui correspond, et le nombre 8, chaque figure à sa distance propre, parce qu'il est constitué de 8 pyramides identiques à celle-là.

Le Dodécaèdre est également capturé par la Pyramide à base pentagonale et le nombre 12. Il contient en effet 12 de telles pyramides.

L'Icosaèdre est fait prisonnier par sa Pyramide et le nombre 20, puisqu'il est constitué de 20 pyramides.

Les tonneaux de farine, destinés à l'approvisionnement, ont tous même Mesure: la surface du grand cercle – là où ils sont le plus larges – est de 32, celle du petit 16, la hauteur 20. Pour les prendre, il faut d'abord rechercher une base moyenne unique par la même méthode que nous avons suivie pour les machines, pour éliminer le premier tonneau.

Trois figures sont à approcher, chacune à deux cases: la première contiendra le nombre 16, qui est la différence entre la grande et la petite base, la seconde le nombre 8, qui est la moitié de cette différence, la troisième le nombre 40, total de cette demi-différence et de la grande base, et dont la moitié est 20. Ce nombre représente la base moyenne unique du tonneau; multiplié par la hauteur 20, il fournit 400 qui est le volume du tonneau. Une fois le premier tonneau pris avec tant de peine, tu enlèveras plus facilement les autres à l'ennemi, soit par deux nombres égaux à 20, soit par 10 multiplié par 40.

On rétablit le pont détruit par cette méthode: une case ayant été repérée sur la rive du camp retranché adverse, on amène directement, mais sur la rive côté champ de bataille, une poutre dans la case située à droite et une autre dans la case située à gauche, une troisième est avancée normalement pour occuper la case centrale. Si elle l'atteint, le pont est rétabli. L'adversaire, averti de la situation, ne cherche pas à capturer les deux premières poutres amenées dans son territoire, mais à empêcher que la troisième ne parvienne à son but, soit en la capturant, soit en la bloquant, soit enfin en occupant la case.

La Prise du Camp Retranché

L'assaut du camp se fait ainsi: soit par la destruction des tours par les bombardes, les soldats pénètrent à l'intérieur de la première muraille, puis de la seconde et de la troisième, par les endroits où les tours ont été abattues, à condition qu'aucun ennemi n'en interdise le passage de son corps, soit par les échelles: le soldat voisin d'une échelle qu'il aura apportée franchit la muraille. Toutefois, il ne peut gravir l'échelle que si la tour qui défendait ce côté de la muraille a été abattue. Soit par la faim: si tout l'approvisionnement a été capturé ou détruit par le feu, il n'y aura pas d'attaque. S'ils ont pu le convoyer en totalité dans le camp, les ennemis tiendront encore pendant 40 coups à jouer, comme pendant autant de jours. Si c'est seulement trois tonneaux, 30 jours; deux tonneaux 20 jours, un seul tonneau, 10 jours. Toutefois, nous exigeons que l'approvisionnement ne soit ni pris ni incendié avant la capture du Général. La guerre sera finie lorsqu'un chef ou un soldat aura porté les insignes de la victoire dans le donjon, c'est-à-dire dans la case du donjon.